



## Вища математика. Частина 2.

### Функція багатьох змінних. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння.

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           |                            |            |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------------|------------|
| Рівень вищої освіти                         | <i>Перший (бакалаврський)</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |           |                            |            |
| Галузь знань                                | <i>G - Інженерія, виробництво та будівництво</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |           |                            |            |
| Спеціальність                               | <i>G11 "Машинобудування"</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |                            |            |
| Освітня програма                            | <i>Енергоощадне обладнання біопаливних та водневих технологій</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |                            |            |
| Статус дисципліни                           | <i>Основна</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |                            |            |
| Форма навчання                              | <i>Очна/дистанційна/змішана</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           |                            |            |
| Рік підготовки, семестр                     | <i>1 курс, весняний семестр</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           |                            |            |
| Обсяг дисципліни                            | <i>9 кредитів /270 годин</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |                            |            |
|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Лекції    | Практич. занят. (семінари) | СРС        |
|                                             | <b>Години</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>46</b> | <b>74</b>                  | <b>150</b> |
| Семестровий контроль/ контрольні заходи     | <i>екзамен, МКР, РР</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |                            |            |
| Розклад занять                              | <i><a href="http://roz.kpi.ua">http://roz.kpi.ua</a></i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |           |                            |            |
| Мова викладання                             | <i>Українська</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |                            |            |
| Інформація про керівника курсу / викладачів | <p>Лектор: Могильова Вікторія Віталіївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук<br/> <a href="mailto:mohylova.viktoriiia@lil.kpi.ua">mohylova.viktoriiia@lil.kpi.ua</a><br/> ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0003-3757-4561">https://orcid.org/0000-0003-3757-4561</a></p> <p>Практичні заняття: Могильова Вікторія Віталіївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук<br/> <a href="mailto:mohylova.viktoriiia@lil.kpi.ua">mohylova.viktoriiia@lil.kpi.ua</a><br/> ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0003-3757-4561">https://orcid.org/0000-0003-3757-4561</a></p> |           |                            |            |
| Розміщення курсу                            | на платформі «Сікорський» (код доступу до курсу надається на першому занятті згідно з розкладом)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |           |                            |            |

#### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності, використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Вивчення дисципліни “Вища математика” студентами відбувається протягом двох семестрів на 1 курсі, відповідний курс поділений на два кредитних модулі “Вища математика. Частина 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення.” та “Вища математика.

Частина 2. Функція багатьох змінних. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння”. Загальний обсяг дисципліни – 17 кредитів (осінній семестр-8 кредитів, весняний семестр – 9 кредитів)

### **Програмні компетентності:**

#### **Загальні компетентності (ЗК)**

**ЗК 01** – Здатність до абстрактного мислення.

**ЗК 06** – Здатність генерувати нові ідеї (креативність)

**ЗК 11** – Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

#### **Програмні результати навчання**

**ПРН 04** – Знати математику, фізику і хімію на рівні, необхідному для досягнення результатів освітньої програми.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліна «Вища математика. Частина 2. Функція багатьох змінних. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння.» викладається в другому семестрі на базі «Вища математика. Частина 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення.».

Мета вивчення дисципліни – засвоєння студентами базових математичних знань, отримання навичок математичного дослідження; розвинення у студентів мислення; формування навичок використання повного об’єму інформації та комунікативних засобів у професійній діяльності.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

**Освітній компонент «Вища математика. Частина 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення.» - відводиться 8 кредитів (240 годин).**

### **Розділ 1. Елементи лінійної алгебри.**

Тема 1.1. Матриці. Дії над матрицями.

Тема 1.2. Визначники та їх властивості.

Тема 1.3. Обернена матриця. Матричні рівняння.

Тема 1.4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

### **Розділ 2. Елементи векторна алгебри та аналітичної геометрії.**

Тема 2.1. Вектори. Дії над векторами.

Тема 2.2. Пряма на площині.

Тема 2.3. Площина та пряма в просторі.

Тема 2.4. Криві другого порядку.

### **Розділ 3. Вступ до математичного аналізу**

Тема 3.1 Числові послідовності. Границя числової послідовності.

Тема 3.2. Функції, означення, способи завдання. Класифікація функцій.

Тема 3.3. Границя функції. I та II чудові границі. Еквівалентні нескінченно малі функції.

Тема 3.4. Неперервність функції однієї змінної. Класифікація точок розриву.

### **Розділ 4. Диференціальне числення функції однієї змінної**

Тема 4.1. Похідна функції, її обчислення, застосування. Диференціал функції та його застосування.

Тема 4.2. Похідні та диференціали вищих порядків.

Тема 4.3. Застосування диференціального числення для дослідження функцій і побудови їх графіків.

**Освітній компонент «Вища математика. Частина 2. Функція багатьох змінних. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння» - відводиться 9 кредитів ( 270 годин).**

### **Розділ 5. Функції кількох змінних**

Тема 5.1 Поняття функції кількох змінних.

Тема 5.2 Границя та неперервність.

Тема 5.3 Диференціювання та застосування похідних

## **Розділ 6. Інтегральне числення функції однієї змінної**

Тема 6.1 Невизначений інтеграл.

Тема 6.1 Визначений інтеграл.

Тема 6.2 Невласні інтеграли.

## **Розділ 7. Звичайні диференціальні рівняння**

Тема 7.1 Звичайні диференціальні рівняння першого порядку.

Тема 7.2 Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків.

Тема 7.3 Системи звичайних диференціальних рівнянь.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### *Основна література:*

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.
2. Вища математика. Частина 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення. Курс лекцій [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спец. 186 «Видавництво та поліграфія», 133 «Галузеве машинобудування» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. І. Кушлик-Дивульська, Т. В. Авдєєва. – Електрон. текст. дані (1 файл: 5,41 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 269 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/72218>
3. Вища математика. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Практикум [Електронний ресурс] : Навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра / Н. Л. Денисенко, Т. О. Єршоміна, В. В. Могильова. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,92 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 159 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/50361>
4. Вища математика. Функції багатьох змінних. Практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра спец. 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Н. Л. Денисенко, В. В. Могильова. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 49 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67942>
5. Вища математика. Невизначений інтеграл [Електронний ресурс] : практикум : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Н. Л. Денисенко, В. В. Могильова. – Електрон. текст. дані (1 файл: 1,3 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 70 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/74277>
6. «Завдання та методичні вказівки до виконання типового розрахунку з курсу вищої математики на тему “Визначений та невластні інтеграли”»  
Уклали: В.Ф.Зражевська, В.В. Могильова. – К. НТУУ “КПІ імені Ігоря Сікорського”, 2017. – 37 с.  
<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/23008>
7. Диференціальні рівняння та системи. Методичні вказівки та варіанти завдань для типового розрахунку з вищої математики. / уклад: Т.В.Карнаухова, В.Ф.Зражевська, В.В.Могильова-К.: НТУУ «КПІ»,2014.-80с. )  
<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/7668>
8. Вища математика. Частина 1. Збірник задач [Електронний ресурс] : [навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 131 Прикладна механіка] / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева, Т. А. Самойленко, Н. В. Степаненко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл: 4,84 Мб). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 182 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/72820>
9. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.

10. Вища математика. Функції багатьох змінних. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 186 Видавництво та поліграфія / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. І. Кушлик-Дивульська, Н. П. Селезньова, Т. В. Авдєєва. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,82 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 170 с. Авдєєва Т.В., Шраменко В.М.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/70900>
11. Лінійна алгебра в задачах та прикладах. Збірник задач для студентів 1 курсу ФМФ НТУУ «КПІ». – НТУУ «КПІ», 2016. – 206 с.  
[https://mph.kpi.ua/assets/img/books/FMF/3. Liniina\\_algebra\\_zbirnik\\_zadach.pdf](https://mph.kpi.ua/assets/img/books/FMF/3. Liniina_algebra_zbirnik_zadach.pdf)
12. Вища математика. Частина 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення. Виконання типових розрахункових завдань [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спец. 133 Галузеве машинобудування, 186 «Видавництво та поліграфія» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. І. Кушлик-Дивульська, Т. В. Авдєєва, Н. П. Селезньова. – Електрон. текст. дані (1 файл: 5,73 Мбайт) . – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 223 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/72216>

*Допоміжна література:*

1. Вища математика: підручник для студентів економічних напрямків підготовки/ кол. авторів.- Харків: Фоліо, 2014
2. Вища математика. Елементи лінійної алгебри. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. Т. О. Єрємін, О. А. Поварова, Н. Л. Денисенко. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,15 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 44 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41238>
3. Вища математика. Частина 1: Лінійна алгебра. Векторна алгебра. Аналітична геометрія. Елементи математичного аналізу. (Довідковий теоретичний матеріал. Розв'язування типових задач. Тренувальні завдання з відповідями) [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра/магістра/доктора філософії за освітніми програмами «Автоматизація та комп'ютерно- інтегровані технології кібер-енергетичних систем», «Інжиніринг пакування та пакувального обладнання», «Інжиніринг обладнання виробництва полімерних та будівельних матеріалів і виробів», «Електрохімічні технології неорганічних і органічних матеріалів», «Екологічна безпека» спеціальностей 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 131 «Прикладна механіка», 133 «Галузеве машинобудування» 161 «Хімічні технології та інженерія», 101 «Екологія» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Т. В. Авдєєва, О. В. Борисенко, В. М. Горбачук. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,27 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 73 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48166>
4. Вища математика. Границі, неперервність : практикум і збірник задач до розрахункової роботи [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. Ф. Зражевська. – Електронні текстові дані (1 файл: 779 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 61 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67995>
5. Вища математика. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: збірник задач до розрахункової роботи та приклади розв'язування типових задач [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями 161 «Хімічні технології та інженерія», 162 «Біотехнології та біоінженерія» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Качаєнко О. Б., Коваль О. О., Поліщук О. Б., Стогній В. І. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,66 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 117 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48741>
6. Інтегральне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітніми програмами «Промислова екологія та ресурсоефективні чисті технології», «Екологічна безпека», «Технічні та програмні засоби

автоматизації», «Інжиніринг пакувань та пакувального обладнання», «Інжиніринг обладнання виробництва полімерних та будівельних матеріалів і виробів» спеціальностей 161 Хімічні технології та інженерія, 101 Екологія, 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; Т. В. Авдєєва, О. Ю. Дюженкова, В. В. Листопадова. - Електронні текстові дані (1 файл: 3.88 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. - 151 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/56440>

#### Інформаційні ресурси:

Електронний архів наукових та освітніх матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського Режим доступу:  
<https://ela.kpi.ua/>

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчальна частина кредитних модулів складається з лекційного матеріалу, практичних занять та контрольних заходів у вигляді модульних контрольних робіт (МКР), розрахункових робіт (РР). Всі форми навчання повинні доповнювати одна одну і передбачають самостійну поза аудиторну роботу студентів. На лекційних заняттях – лекція з поясненням та використанням наочного матеріалу у вигляді презентацій; на практичних – завдання до виконання, мозковий штурм, проблемні завдання.

#### Лекційні заняття

| № з/п                                                        | Назва теми лекції та перелік основних питань<br>(перелік дидактичних засобів, посилання на інформаційні джерела)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Розділ 5. Функції кількох змінних</b>                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Лекція 1.                                                    | Функції кількох змінних. Основні поняття.<br>1.1. Означення функції кількох змінних.<br>1.2. Границя функції двох змінних.<br>1.3. Неперервність функції двох змінних .<br>Література[1,4,10].                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Лекція 2.                                                    | Похідні і диференціали функції кількох змінних<br>2.1. Частинні похідні функції двох змінних.<br>2.2. Диференційованість функції двох змінних. Необхідна та достатня умови диференційованості функції.<br>2.3. Похідна складної функції. Повна похідна.<br>2.4. Похідна неявно заданої функції.<br>2.5. Повний диференціал функції двох змінних<br>2.5.1. Означення. Властивості.<br>2.5.2. Застосування до наближених обчислень.<br>2.6. Дотична площина та нормаль до поверхні.<br>2.7. Похідна за напрямком. Градієнт.<br>Література[1,4,10]. |
| Лекція 3.                                                    | Похідні та диференціали вищих порядків.<br>3.1. Похідні і диференціали вищих порядків.<br>3.2. Теорема про мішані похідні.<br>3.3. Локальний екстремум функції двох змінних.<br>3.4. Умовний екстремум функції двох змінних.<br>3.5. Абсолютний екстремум функції двох змінних.<br>Література[1,4,10].                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Розділ 6. Інтегральне числення функції однієї змінної</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекція 4.  | <p><i>Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл.</i></p> <p>4.1. Поняття первісної функції, її властивості.</p> <p>4.2. Невизначений інтеграл: означення, основні властивості.</p> <p>4.3. Таблиця інтегралів.</p> <p>Література[1,5].</p>                                                                                                                                                                                                                            |
| Лекція 5.  | <p><i>Основні методи інтегрування.</i></p> <p>5.1. Заміна змінної у невизначеному інтегралі.</p> <p>5.2. Метод піднесення під знак диференціалу.</p> <p>5.3. Інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Приклади.</p> <p>Література[1,5].</p>                                                                                                                                                                                                                                             |
| Лекція 6.  | <p><i>Інтегрування правильних дробово-раціональних функцій.</i></p> <p>6.1. Представлення неправильної дробово-раціональної функції у вигляді суми многочлена і правильної дробово-раціональної функції.</p> <p>6.2. Теорема розкладу правильної дробово-раціональної функції на суму елементарних раціональних дробів.</p> <p>6.3. Інтегрування елементарних дробів I, II, III, IV типу.</p> <p>Література[1,5].</p>                                                                          |
| Лекція 7.  | <p><i>Інтегрування тригонометричних функцій.</i></p> <p>7.1. Інтегрування добутку перших степенів синусів і косинусів, що мають різні аргументи.</p> <p>7.2. Інтегрування добутку цілих степенів синусів і косинусів.</p> <p>7.3. Інтегрування непарних (парних) відносно синуса або (і) косинуса.</p> <p>7.4. Універсальна тригонометрична підстановка.</p> <p>Література[1,5].</p>                                                                                                           |
| Лекція 8.  | <p><i>Інтегрування деяких ірраціональних функцій.</i></p> <p>8.1. Інтегрування функцій, що залежать від дробових степенів лінійної функції.</p> <p>8.2. Інтегрування функцій, що залежать від дробових степенів дробово-лінійної функції.</p> <p>8.3. Інтегрування квадратичних ірраціональностей. Тригонометричні підстановки.</p> <p>Література[1,5].</p>                                                                                                                                    |
| Лекція 9.  | <p><i>Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Поняття про інтеграли, що не беруться.</i></p> <p>9.1. Інтегрування диференціального бінома. Теорема Чебішева.</p> <p>9.2. Поняття про інтеграли, що не беруться.</p> <p>Література[1,5].</p>                                                                                                                                                                                                                                                |
| Лекція 10  | <p><i>Визначений інтеграл.</i></p> <p>10.1. Задачі, які приводять до поняття визначеного інтегралу.</p> <p>10.2. Визначений інтеграл як границя інтегральної суми.</p> <p>10.3. Достатні умови існування визначеного інтегралу (без доведення). Геометричний і фізичний зміст.</p> <p>10.4. Властивості визначеного інтегралу.</p> <p>Література[1,6].</p>                                                                                                                                     |
| Лекція 11. | <p><i>Визначений інтеграл.</i></p> <p>11.1. Визначений інтеграл як функція верхньої змінної межі інтегрування.</p> <p>11.2. Формула Ньютона - Лейбніца.</p> <p>11.3. Заміна змінної в визначеному інтегралі. Обчислення <math>\int_{-a}^a f(x)dx</math> для парних та непарних функцій</p> <p>11.4. Інтегрування частинами в визначеному інтегралі. Обчислення <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^k x dx</math> та <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^k x dx</math>.</p> <p>Література[1,6].</p> |

|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекція 12.                                         | <p><i>Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ.</i></p> <p>12.1. Обчислення площі плоскої фігури в декартових координатах.</p> <p>12.2. Обчислення площі плоскої фігури в полярних координатах (площа криволінійного сектора)</p> <p>Література[1,6].</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Лекція 13.                                         | <p><i>Обчислення довжини дуги, об'єму тіла. Площа поверхні обертання.</i></p> <p>13.1. Довжина плоскої дуги, заданої в декартових координатах, параметричними рівняннями та в полярній системі координат.</p> <p>13.2. Довжина просторової кривої.</p> <p>13.3. Знаходження об'єму тіла за відомими площами паралельних перерізів.</p> <p>13.4. Обчислення об'єму тіл обертання.</p> <p>13.5. Площа поверхні обертання.</p> <p>Література[1,6].</p>                                                                                                                                                                                        |
| Лекція 14.                                         | <p><i>Застосування визначеного інтеграла в задачах механіки.</i></p> <p>14.1. Плоска крива.</p> <p>14.1.1. Маса плоскої кривої.</p> <p>14.1.2. Статичні моменти.</p> <p>14.1.3. Моменти інерції.</p> <p>14.1.4. Центр ваги плоскої кривої.</p> <p>14.1.5. Перша теорема Гульдена.</p> <p>14.2. Плоска фігура.</p> <p>14.2.1. Маса плоскої фігури.</p> <p>14.2.2. Статичні моменти.</p> <p>14.2.3. Моменти інерції.</p> <p>14.2.4. Центр ваги плоскої фігури.</p> <p>14.2.5. Друга теорема Гульдена.</p> <p>Література[1,6].</p>                                                                                                            |
| Лекція 15.                                         | <p><i>Невласні інтеграли I-го роду.</i></p> <p>15.1. Невласні інтеграли від обмежених функцій по необмеженому проміжку (невласні інтеграли 1-го роду). Означення, геометричний зміст.</p> <p>15.2. Достатні умови збіжності і розбіжності невластних інтегралів. Теорема порівняння.</p> <p>Література[1,6].</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Лекція 16.                                         | <p><i>Невласні інтеграли II-го роду.</i></p> <p>16.1. Невласні інтеграли від необмежених функцій по обмеженому проміжку (невласні інтеграли 2-го роду). Означення, геометричний зміст.</p> <p>16.2. Достатні умови збіжності і розбіжності невластних інтегралів. Теорема порівняння.</p> <p>Література[1,6].</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Розділ 7. Звичайні диференціальні рівняння.</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Лекція 17.                                         | <p><i>Звичайні диференціальні рівняння першого порядку.</i></p> <p>17.1. Звичайні диференціальні рівняння. Основні поняття.</p> <p>17.2. Диференціальні рівняння першого порядку.</p> <p>17.2.1. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.</p> <p>17.2.2. Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних.</p> <p>17.2.3. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до однорідних відносно змінних.</p> <p>17.2.4. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.</p> <p>17.2.5. Рівняння Бернуллі.</p> <p>17.2.6. Диференціальні рівняння в повних диференціалах.</p> <p>Література[1,7].</p> |
| Лекція 18.                                         | <p><i>Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|            | Типи диференціальних рівнянь вищого порядку, які допускають пониження. Заміни, що зводять ці рівняння до рівнянь, порядок яких менший. Література[1,7]..                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Лекція 19. | Лінійні диференціальні рівняння $n$ -ого порядку.<br>19.1. Основні означення.<br>19.2. Властивості розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь.<br>19.3. Лінійно залежні та незалежні системи функцій. Визначник Вронського.<br>19.4. Фундаментальна система розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння $n$ -ого порядку.<br>19.5. Теорема про необхідну та достатню умови лінійної незалежності розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння $n$ -го порядку.<br>19.6. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння.<br>19.7. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння.<br>19.8. Теорема про суперпозицію розв'язків.<br>Література[1,7]. |
| Лекція 20. | Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами.<br>20.1. Характеристичне рівняння.<br>20.2. Побудова загального розв'язку.<br>20.3. Побудова фундаментальної системи розв'язків та загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння $n$ -ого порядку із сталими коефіцієнтами.<br>Література[1,7].                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Лекція 21. | Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами.<br>21.1. Знаходження розв'язків ЛНДР зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.<br>21.2. Знаходження розв'язків ЛНДР зі сталими коефіцієнтами і правою частиною загального вигляду. Метод Лагранжа.<br>Література[1,7].                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Лекція 22. | Системи диференціальних рівнянь.<br>22.1. Системи диференціальних рівнянь. Нормальні та канонічні системи рівнянь.<br>22.2. Задача Коші. Формулювання теореми існування та єдиності розв'язку задачі Коші.<br>22.3. Загальний і частинний розв'язки., загальний інтеграл.<br>22.4. Розв'язок нормальної системи методом виключення.<br>Література[1,7].                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Лекція 23. | Оглядова лекція.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

### Практичні заняття

| № з/п | Назва теми практичного заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на інформаційні джерела)           |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Функції багатьох змінних. Частинні похідні та повний диференціал.<br>Література[1,2,4,9].<br>Видача завдання РР ч.1. Література[10]. |
| 2.    | Диференціювання складної функції та функції, що задана неявно.<br>Література[1,2,4,9].                                               |
| 3.    | Похідні і диференціали вищих порядків.                                                                                               |

|     |                                                                                                                                                                          |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     | Література[1,2,4,9].                                                                                                                                                     |
| 4.  | <i>Застосування похідних та диференціалу.</i><br>Дотична площина і нормаль до поверхні. Застосування повного диференціалу до наближених обчислень.<br>Література[1,5,9]. |
| 5.  | <i>Застосування похідних та диференціалу.</i><br>Локальний, умовний, абсолютний екстремуми функції двох змінних.<br>Література[1,5,9].                                   |
| 6.  | <i>Повторення. Захист РР ч.1</i>                                                                                                                                         |
| 7.  | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Таблиця основних інтегралів. Метод безпосереднього інтегрування.<br>Література[1,5,9].                                                  |
| 8.  | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування методом внесення під знак диференціала.<br>Література[1,5,9].                    |
| 9.  | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Інтегрування частинами невизначеного інтегралу.<br>Література[1,5,9].                                                                   |
| 10. | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Інтегрування дробово-раціональних функцій.<br>Література[1,5,9].                                                                        |
| 11. | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Інтегрування дробово-раціональних функцій.<br>Література[1,5,9].                                                                        |
| 12. | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції.<br>Література[1,5,9].                                                         |
| 13. | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції.<br>Література[1,5,9].                                                         |
| 14. | <i>Невизначений інтеграл.</i><br>Інтегрування деяких ірраціональних функцій.<br>Література[1,5,9].                                                                       |
| 15. | <i>Визначений інтеграл.</i><br>Обчислення визначених інтегралів. Формула Ньютона-Лейбніца.<br>Література[1,6,9].<br><i>Видача завдання РР ч.2. Література[6].</i>        |
| 16. | <i>Визначений інтеграл.</i><br>Заміна змінної та інтегрування частинами в визначеному інтегралі.<br>Література[1,6,9].                                                   |
| 17. | <i>Застосування визначеного інтегралу.</i><br>Обчислення площ плоских фігур в декартовій системі координат.<br>Література[1,6,9].                                        |
| 18. | <i>Застосування визначеного інтегралу.</i><br>Обчислення площ плоских фігур в полярній системі координат.<br>Література[1,6,9].                                          |
| 19. | <i>Застосування визначеного інтегралу.</i><br>Обчислення довжини плоскої кривої, об'єма тіл.<br>Література[1,6,9].                                                       |
| 20. | <i>Застосування визначеного інтегралу.</i><br>Обчислення об'єма тіл, площ поверхні тіл обертання.<br>Література[1,6,9].                                                  |
| 21. | <i>Застосування визначеного інтегралу.</i>                                                                                                                               |

|     |                                                                                                                                                                            |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     | Застосування визначеного інтегралу в задачах механіки.<br>Література[1,6,9].                                                                                               |
| 22. | <i>Невласні інтеграли I-го роду.</i><br>Література[1,6,9].                                                                                                                 |
| 23. | <i>Невласні інтеграли II-го роду.</i><br>Література[1,6,9].                                                                                                                |
| 24. | <b>МКР. частина 1.</b><br>Захист РР ч.2.                                                                                                                                   |
| 25. | <i>Диференціальні рівняння 1-го порядку</i><br>Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.<br>Література[1,7,9].<br><i>Видача завдання РР ч.3. Література[7].</i> |
| 26. | <i>Диференціальні рівняння 1-го порядку</i><br>Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних та рівняння, що до них зводяться.<br>Література[1,7,9].  |
| 27. | <i>Диференціальні рівняння 1-го порядку</i><br>Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних та рівняння, що до них зводяться.<br>Література[1,7,9].  |
| 28. | <i>Диференціальні рівняння 1-го порядку</i><br>Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.<br>Література[1,7,9].                                   |
| 29. | <i>Диференціальні рівняння 1-го порядку</i><br>Рівняння в повних диференціалах.<br>Література[1,7,9].                                                                      |
| 30. | <i>Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.</i><br>Література[1,7,9].                                                                      |
| 31. | <i>ЛОДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.</i><br>Література[1,7,9].                                                                                                   |
| 32. | <i>ЛНДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.</i><br>Література[1,7,9].                                                                    |
| 33. | <i>ЛНДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.</i><br>Література[1,7,9].                                                                    |
| 34. | <i>ЛНДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Лагранжа.</i><br>Література[1,7,9].                                                                                   |
| 35. | <i>Системи диференціальних рівнянь.</i><br>Література[1,7,9].                                                                                                              |
| 36. | <i>Повторення. Захист РР ч.3.</i>                                                                                                                                          |
| 37. | <i>Повторення. МКР, частина 2.</i>                                                                                                                                         |

## 6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв’язок задач, виконання розрахункової роботи, підготовка до МКР.

*Самостійна робота студента передбачає:*

*підготовку до лекційних занять – 18 год;*

*підготовку до практичних занять – 40 год;*

*підготовку до модульної контрольної роботи – 10 год;*

виконання РР – 52 год;

підготовку до іспиту – 30 год.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

На момент проведення кожного заняття, як лекційного, так і практичного, у студента на пристрої, з якого він працює, має бути встановлено додаток Zoom (у випадку дистанційного навчання), а також відкрито курс «Вища математика. Частина 1» на платформі «Сікорський» (код доступу до курсу надається на першому занятті згідно з розкладом). Силабус; лекційний матеріал; завдання до кожного практичного заняття; варіанти модульної контрольної роботи; методичні рекомендації до виконання практичних та розрахункової роботи; варіанти екзаменаційної роботи розміщено на платформі «Сікорський» та у системі «Електронний Кампус КПІ».

**Система вимог**, які викладач ставить перед студентом:

- **правила відвідування занять**: відповідно до Наказу 1-273 від 14.09.2020 р. заборонено оцінювати присутність або відсутність здобувача на аудиторному занятті, в тому числі нараховувати заохочувальні або штрафні бали. Відповідно до РСО даної дисципліни бали нараховують за відповідні види навчальної активності на практичних заняттях.

- **правила поведінки на заняттях**: студент має слухно виконувати вказівки викладача щодо роботи на занятті, поводитися стримано й чемно та не заважати іншим студентам і викладачу. Використання засобів зв'язку для пошуку інформації на гугл-диску викладача, в інтернеті, в дистанційному курсі на платформі Сікорський здійснюється за умови вказівки викладача;

- **політика дедлайнів та перескладань**:

а. МКР.

- успішним вважається виконання контрольної роботи, якщо студент отримав за неї не менш, ніж 60% від максимальної кількості балів.
- у випадку пропуску контрольної роботи без поважної причини або неуспішної здачі контрольної роботи перескладання контрольної роботи здійснюється при наявності всіх домашніх робіт по відповідній темі за узгодженням з викладачем, при цьому максимальна оцінка, яку студент може отримати за контрольну роботу, складає 60% по відношенню до максимальної оцінки вчасної здачі контрольної роботи, при цьому попередня оцінка анулюється.
- у разі роботи в дистанційному режимі контрольну роботу потрібно захищати, незахищена робота оцінюється не більше як 60% від максимальної оцінки.

б. Критерії оцінювання РР:

- успішним вважається виконання розрахункової роботи, якщо студент отримав за неї не менш, ніж 60% від максимальної кількості балів.
- правильно, вчасно виконане і захищене завдання оцінюється в 1-4 бал (в залежності від складності задачі);
- правильно, вчасно виконане і не захищене завдання оцінюється в 50% від кількості балів за правильно, вчасно виконане і захищене;
- неправильно виконане завдання оцінюється в 0 балів і потребує переробки з зменшенням оцінки на 10% за кожну спробу;
- частково виконані завдання потребують переробки з зменшенням оцінки на 10% за кожну спробу;
- невчасно здане завдання оцінюється з зменшенням оцінки на 5% за кожний тиждень;
- теоретичний матеріал оцінюється в 6 бали.

- **політика щодо академічної доброчесності**: Кодекс честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» <https://kpi.ua/files/honorcode.pdf> встановлює загальні моральні принципи, правила етичної поведінки осіб та передбачає політику академічної доброчесності для осіб, що працюють і навчаються в університеті, якими вони мають керуватись у своїй діяльності, в тому числі при вивченні та складанні контрольних заходів з дисципліни «Вища математика. Частина 1»;

- **при використанні цифрових засобів зв'язку** з викладачем (мобільний зв'язок, електронна пошта, переписка на форумах та у соцмережах тощо) необхідно дотримуватись загальноприйнятих етичних норм, зокрема бути ввічливим та обмежувати спілкування робочим часом викладача.

## **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР, захист РР.

### **1. Модульна контрольна робота (МКР)**

**Частина 1.** Тема «Інтегральне числення функції однієї змінної»

Ваговий бал – 5 бал.

*Структура*

- 1 завдання (2 бал). Задача з теми «Невизначений інтеграл»
- 2 завдання (2 бал). Задача з теми «Застосування визначеного інтегралу. Невласні інтеграли»
- 3 завдання (1 бал). Дати відповідь на теоретичне питання.

*Зразок варіанту*

- 1 завдання. Знайти інтеграл  $\int e^{2x} \sin 4x dx$ .
- 2 завдання. Знайти площу фігури, що обмежено лініями  $\rho = 4 \cos 5\varphi$ ;  $\rho = 2$ ; ( $\rho \geq 2$ ).
- 3 завдання. Застосування визначеного інтеграла при обчисленні площі плоскої фігури.

**Частина 2.** Тема «Звичайні диференціальні рівняння»

Ваговий бал – 5 бал.

*Структура*

- 1 завдання (2 бал). Знайти розв'язок диференціального рівняння вищого порядку, що допускає пониження порядку (загальний або розв'язок задачі Коші).
- 2 завдання (2 бал). Знайти розв'язок ЛНДР 2-го порядку з правою частиною спеціального вигляду (загальний або розв'язок задачі Коші).
- 3 завдання (1 бал). Дати відповідь на теоретичне питання.

*Зразок варіанту*

- 1 завдання. Знайти розв'язок диференціального рівняння  $2(y')^2 = y''(y-1)$ , що задовольняє початковій умові  $y(1) = 2, y'(1) = -1$ .
- 2 завдання. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y'' + 9y = 10 \cos 2x$ .
- 3 завдання. Диференціальні рівняння 1-го порядку. Основні поняття. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку (вигляд, методи розв'язання).

В умовах роботи дистанційно частина МКР (теоретична) може бути у вигляді тесту.

Максимальна кількість балів за МКР 10 балів.

### **2. Розрахункова робота (РР)**

**Частина 1.** Тема «Теорія функції багатьох змінних».

Література[10].

Ваговий бал - 7 бали.

- Завдання 1.- 1 бал;
- Завдання 2.- 1 бал;
- Завдання 3.- 1 бал;
- Завдання 4.- 1 бал;
- Завдання 5.- 1 бал;

*Теорія -2 бал.*

**Частина 2.** Тема «Застосування визначеного інтегралу. Невласні інтеграли»  
Література[6].

*Ваговий бал – 9 балів.*

*Завдання 1.a).- 1 бал;*

*Завдання 1.b).- 1 бал;*

*Завдання 1.c).- 1 бал;*

*Завдання 2.a).- 1 бал;*

*Завдання 2.b).- 1 бал;*

*Завдання 4.- 1 бал*

*Завдання 5.- 1 бал*

*Теорія -2 бал.*

**Частина 3.** Тема «Звичайні диференціальні рівняння»  
Література[7].

*Ваговий бал – 9 балів.*

*Завдання 1.- 1 бал;*

*Завдання 2.- 1 бал;*

*Завдання 3.- 1 бал;*

*Завдання 4.- 1 бал;*

*Завдання 5.- 1 бал;*

*Завдання 6.- 1 бал;*

*Завдання 7.- 1 бал;*

*Теорія -2 бал.*

Розрахункова робота виконується студентом в поза аудиторний час, потребує захисту. Захист полягає в поясненні виконання завдань та відповіді на теоретичні питання даної теми (перелік питань надається при видачі завдання).

Максимальна кількість балів за РР 25 балів.

**Календарний контроль:** провадиться двічі на семестр, як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

**Семестровий контроль:** екзамен.

**Умови допуску до семестрового контролю:** мінімально позитивна оцінка за МКР, зарахування розрахункової роботи, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

### **Рейтингова система оцінювання результатів навчання**

1. Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується зі 100 балів, з яких 50 балів складає стартова шкала і 50 балів відповідь на екзамені.

Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, які студент отримує за такі види робіт:

- відповіді під час проведення експрес-опитувань на лекціях;
- роботу на практичних заняттях;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи.

2. Критерії нарахування балів:

.1. Відповіді під час проведення експрес-опитувань на лекціях. Ваговий бал – 5 балів.

– повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) 1 бал;

- неповна відповідь (або повна відповідь з неточностями) – 0,5 бали;
- незадовільна відповідь – 0 балів.

Загальна кількість балів набраних за семестр множиться на коефіцієнт  $\frac{5}{n}$ , де  $n$  - кількість експрес-опитувань.

2.2. Робота на практичних заняттях. Ваговий бал – 10 балів.

- вільне володіння матеріалом всього заняття, розв'язок виконано без помилок, наведене повне пояснення методики їх виконання – 1 бал;
- володіння матеріалом; при вирішенні задач – несуттєві помилки в розрахунках, недостатньо повне пояснення методики їх виконання – 0,5 бали;

Загальна кількість балів набраних за семестр множиться на коефіцієнт  $\frac{10}{n}$ , де  $n$  – найбільша кількість балів отриманих одним студентом.

2.3. Написання модульної контрольної роботи. Ваговий бал – 10 балів.

Протягом семестру проводиться одна модульна контрольна робота, яка поділяється на дві одногодинні контрольні роботи, для кожної з яких встановлюються такі критерії оцінювання:

- задача вирішені правильно 1 бал;
- незначні помилки у вирішенні задач 0,6– 0,9 бали;
- значні помилки у вирішенні задач 0,2– 0,5 бали;
- невірне вирішення задач 0 балів.

2.4. Розрахункова робота. Ваговий бал – 25 балів. Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань.

3. Умовою атестації є виконання всіх робіт контролю (на час атестації) та отримання не менше 60% від максимального балу.

Умовою допуску до екзамену є мінімально позитивна оцінка за МКР, зарахування розрахункової роботи, стартовий рейтинг не менше 30 балів.

4. На екзамені студенти дають відповіді на 2 теоретичні питання і розв'язують 3 задачі. Кожне теоретичне питання і кожна задача оцінюються по 10 балів за такими критеріями:

Критерії оцінювання теоретичних питань

| <i>Рівень засвоєння навчального матеріалу</i> | <i>Бали</i> | <i>Критерії оцінювання теоретичних питань</i>                                                          |
|-----------------------------------------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «відмінно»                                    | 9-10        | повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації)                                                    |
| «добре»                                       | 7-8         | достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або відповідь з незначними неточностями |
| «задовільно»                                  | 5-6         | неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки                              |
| «незадовільно»                                | 0-4         | незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на «задовільно»)                                         |

Критерій оцінювання задач.

| <i>Рівень засвоєння навчального матеріалу</i> | <i>Бали</i> | <i>Критерії оцінювання задачі</i>                                                                      |
|-----------------------------------------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «відмінно»                                    | 9-10        | задача вирішена правильно, з повним поясненням (вірний обґрунтований розв'язок не менш ніж 95% задачі) |
| «добре»                                       | 7-8         | незначні помилки у вирішенні задачі (не менше 75% розв'язано вірно)                                    |
| «задовільно»                                  | 5-6         | значні помилки у вирішенні задачі (не менше 60% розв'язано вірно і пояснено)                           |
| «незадовільно»                                | 0-4         | Незадовільний рівень (не відповідає вимогам на «задовільно»)                                           |

*Зразок екзаменаційного білету*

1. Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла.
2. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння.
3. Знайти найменше і найбільше значення функції  $z = xy$  в замкненій області  $D$ , обмеженій лініями  $x + y - 1 = 0$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ .
4. Обчислити невластий інтеграл або встановити розбіжність  $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{6x - x^2 - 8}}$ .
5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння  $y' \cos^2 x + y = \tan x$ .

В умовах роботи дистанційно теоретичні питання можуть бути замінені тестом.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

| Кількість балів           | Оцінка       |
|---------------------------|--------------|
| 100-95                    | Відмінно     |
| 94-85                     | Дуже добре   |
| 84-75                     | Добре        |
| 74-65                     | Задовільно   |
| 64-60                     | Достатньо    |
| Менше 60                  | Незадовільно |
| Не виконані умови допуску | Не допущено  |

**9.Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

**Додаток 1.**

*Теоретичні питання, що виносяться на МКР*

*Частина 1.*

1. Первісна та її властивості. Невизначений інтеграл та його властивості. Метод заміни змінної в невизначеному інтегралі. Метод інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій.
2. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл, означення, теорема існування, геометричний зміст. Властивості визначеного інтеграла.
3. Застосування визначеного інтеграла: до обчислення площі плоскої фігури, обчислення об'єму тіла, обчислення площі поверхні тіла обертання.
4. Застосування визначеного інтеграла в механіці. Випадок плоскої кривої. Формули для знаходження маси, статичних моментів, моментів інерції, центра ваги. Перша теорема Гульдена. Випадок плоскої фігури. Формули для знаходження маси, статичних моментів, моментів інерції, центра ваги. Друга теорема Гульдена.
5. Невласні інтеграли першого роду. Означення, теорема існування. Теореми порівняння.
6. Невласні інтеграли другого роду. . Означення, теорема існування. Теореми порівняння.

*Частина 2.*

1. Звичайні диференціальні рівняння. Основні поняття і означення.
2. Диференціальні рівняння першого порядку. з відокремленими змінними, однорідні рівняння, рівняння, що зводяться до однорідних, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння в повних диференціалах.
3. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.

4. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку. Основні поняття. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДР. Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДР. Теорема про суперпозицію функцій.
5. Лінійні однорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.
6. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами і справою частиною спеціального вигляду.
7. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих.
8. Системи звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття. Метод виключення

## Додаток 2.

*Базові теоретичні питання, що виносяться на захист розрахункової роботи*

### Частина 1.

*Теорія функції багатьох змінних.*

1. Що називається функцією кількох змінних?
2. Область визначення функції двох змінних, її геометричний зміст.
3. Що таке  $\delta$  –окіл точки?
4. Які точки множини називають внутрішніми, зовнішніми, граничними точками, точками межі?
5. Яка множина називається відкритою, замкненою, зв'язною?
6. Дати означення границі функції двох змінних.
7. Властивості функції, що має границю.
8. Дати означення неперервності функції двох змінних в точці.
9. Властивості функцій неперервних в точці.
10. Властивості функцій неперервних на множині.
11. Що таке частинний приріст функції?
12. Дати означення частинної похідної.
13. Як знайти частинну похідну по  $x$  ( $y$ ).
14. Дати означення частинних та повного диференціалів. Що означає інваріантність форми першого диференціалу?
15. Яка функція називається диференційованою в точці?
16. Необхідна та достатні умови диференційованості функції в точці.
17. Який зв'язок між диференційованістю та неперервністю функції?
18. Яка функція називається диференційованою в області?
19. Як знайти наближене значення функції двох змінних в точці?
20. Як знайти похідну складної функції? Що називається повною похідною по змінній? Навести приклади.
21. Як знайти похідну неявно заданої функції.
22. Написати рівняння дотичної площини до поверхні та нормалі в точці.
23. Що розуміють під похідною за напрямком?
24. Як знайти похідну за напрямком?
25. Що розуміють під градієнтом функції?
26. Як знайти градієнт функції в точці?
27. Які властивості має градієнт?
28. Як знаходяться частинні похідні другого порядку функції двох змінних?
29. Сформулюйте теорему про мішані похідні другого порядку.
30. Запишіть формулу диференціалу другого порядку.
31. Як визначається локальний екстремум функції двох змінних?
32. Які необхідні та достатні умови існування локального екстремуму?
33. Як визначається умовний екстремум?
34. Які є методи знаходження умовного екстремуму?

35. Що називають абсолютним екстремумом в замкненій області? Як його знайти?

## Частина 2.

### Застосування визначеного інтегралу. Невласні інтеграли.

#### Невизначений інтеграл

1. Яка функція називається первісною до заданої функції?
2. Сформулюйте властивості первісної.
3. Що називають невизначеним інтегралом?
4. Сформулюйте властивості невизначеного інтегралу.
5. Що таке безпосереднє інтегрування?
6. В чому полягає метод інтегрування заміною змінної?
7. В чому полягає метод піднесення під знак диференціалу?
8. В чому полягає метод інтегрування частинами?
9. Вкажіть типи (класи) інтегралів, що беруться лише частинами.
10. Яка функція називається дробово-раціональною, або раціональним дробом ?
11. Яка дробово-раціональна функція називається правильною (неправильною)?
12. Як виділити цілу частину з неправильного дробу?
13. Як інтегруються елементарні дроби першого типу?
14. Як інтегруються елементарні дроби другого типу?
15. Як інтегруються елементарні дроби третього типу?
16. Як знайти інтеграли  $\int \sin(nx)\sin(mx)dx$ ,  $\int \sin(nx)\cos(mx)dx$ ,  $\int \cos(nx)\cos(mx)dx$ , де  $(n \neq m)$ ?
17. Як знайти інтеграл  $\int \sin^n x \cdot \cos^m x dx$ ?
18. Що таке універсальна тригонометрична підстановка і коли її використовують?
19. Коли використовують заміну  $t = \operatorname{tg} x$ ? Як виражаються  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $dx$  через  $t$ ?
20. Коли використовують заміну  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ? Як виражаються  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $dx$  через  $t$ ?
21. Як знайти інтеграл  $\int F\left(x; (ax+b)^{\frac{n_1}{m_1}}; (ax+b)^{\frac{n_2}{m_2}}; \dots; (ax+b)^{\frac{n_k}{m_k}}\right) dx$ ?
22. Як знайти інтеграл  $\int F\left(x; \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{n_1}{m_1}}; \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{n_2}{m_2}}; \dots; \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{n_k}{m_k}}\right) dx$ ?
23. Що таке тригонометричні підстановки і коли їх застосовують?

#### Визначений інтеграл

1. Що називається інтегральною сумою функції  $f(x)$  на відрізку  $[a; b]$
2. Означення визначено інтегралу.
3. Сформулювати необхідні та достатні умови існування визначеного інтегралу.
4. Геометричний зміст визначеного інтегралу.
5. Механічний зміст визначеного інтегралу.
6. Властивості визначеного інтегралу.
7. Сформулювати теорему про середнє значення інтегралу.
8. Записати формулу Ньютона-Лейбніца.
9. Сформулювати теорему про заміну змінних в визначеному інтегралі.
10. Яка відмінність формули інтегрування частинами в невизначеному та визначеному інтегралах.
11. Запишіть формулу обчислення площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями  
 $x = a, x = b; y = 0; y = f(x), (f(x) \geq 0)$
12. Запишіть формулу обчислення площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями  
 $x = a, x = b; y = 0; y = f(x), (f(x) \leq 0)$
13. Запишіть формулу обчислення площі плоскої фігури, що обмежено лініями

$$y = f_1(x); y = f_2(x).$$

14. Запишіть формулу обчислення площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями

$$x = a, x = b; y = 0; \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, (y(t) \geq 0)$$

15. Запишіть формулу обчислення площі криволінійного сектора, що обмежена лініями

$$\rho = \rho(\varphi); \varphi = \alpha; \varphi = \beta$$

16. Запишіть формули обчислення довжини дуги кривої.(функцію задано явно, параметрично та в полярних координатах)  
 17. Запишіть формули обчислення об'єму тіл.( по площі перерізу, тіл обертання).  
 18. Запишіть формули для знаходження маси, статичних моментів та координат центра ваги плоскої кривої.  
 19. Запишіть формули для знаходження маси, статичних моментів, моментів інерції та координат центра ваги плоскої фігури.

### *Невласні інтеграли*

20. Дати означення невластного інтегралу I роду, пояснити геометричний зміст. Що розуміють під збіжністю, абсолютною та умовною збіжністю невластного інтегралу I роду.  
 21. Сформулювати теорему існування невластного інтегралу I роду.  
 22. Сформулювати першу теорему порівняння.  
 23. Сформулювати другу теорему порівняння.  
 24. З яким інтегралом, як правило, порівнюють заданий інтеграл при використанні теорем порівняння?  
 25. Дати означення невластного інтегралу II роду, пояснити геометричний зміст. Що розуміють під збіжністю, абсолютною та умовною збіжністю невластного інтегралу II роду.  
 26. Сформулювати теорему існування невластного інтегралу II роду.  
 27. Сформулювати першу теорему порівняння.  
 28. Сформулювати другу теорему порівняння.  
 29. З яким інтегралом, як правило, порівнюють заданий інтеграл при використанні теорем порівняння?

### *Частина 3.*

#### *Звичайні диференціальні рівняння.*

1. Дати означення диференціального рівняння n-го порядку. Як визначається порядок диференціального рівняння?  
 2. Що називають розв'язком диференціального рівняння n-го порядку?  
 3. Що розуміють під загальним розв'язком диференціального рівняння?  
 4. Який розв'язок називають частинним?  
 5. Що називають загальним (частинним) інтегралом?  
 6. Що розуміють під розв'язком задачі Коші?  
 7. Яке рівняння називається рівнянням розв'язним відносно старшої похідної?  
 8. Яке рівняння називають диференціальним рівнянням 1-го порядку?  
 9. Які існують форми запису диференціального рівняння 1-го порядку?  
 10. Що розуміють під розв'язком диференціального рівняння 1-го порядку?  
 11. Що означає знайти розв'язок задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку? Дати геометричну інтерпретацію.  
 12. Які види диференціальних рівнянь 1-го порядку ви знаєте?  
 13. Який вигляд має рівняння з відокремлюваними змінними? Як знайти його розв'язок?  
 14. Який вигляд має рівняння однорідне відносно змінних? Як знайти його розв'язок?  
 15. Який вигляд має лінійне рівняння 1-го порядку? Які є методи розв'язання? В чому вони полягають?  
 16. Який вигляд має рівняння Бернуллі? Як знайти його розв'язок?

17. Яке рівняння називається рівнянням в повних диференціалах? Як знайти його розв'язок?
18. Які диференціальні рівняння допускають пониження порядку?
19. Визначити тип рівняння і вказати спосіб розв'язання:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x; y''; y''') = 0$ ;  $F(y; y'; y'') = 0$ .
20. Який вигляд має лінійне однорідне диференціальне рівняння n-го порядку?
21. Який вигляд має лінійне неоднорідне диференціальне рівняння n-го порядку?
22. Які функції називаються лінійно незалежними (лінійно залежними)?
23. Що називають визначником Вронського?
24. Що таке фундаментальна система розв'язків?
25. Як перевірити чи буде система розв'язків фундаментальною?
26. Яке рівняння називається характеристичним? Де воно використовується?
27. Поясніть звідки з'являється характеристичне рівняння.
28. Поясніть як записати характеристичне рівняння. Наведіть приклад.
29. Сформулюйте теорему про структуру загального розв'язку лінійного однорідного рівняння.
30. Сформулюйте теорему про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння.
31. Сформулюйте теорему про суперпозицію функцій. Наведіть приклад.
32. Запишіть фундаментальну систему розв'язків лінійного однорідного рівняння 2-го порядку залежно від коренів характеристичного рівняння.
33. Який вигляд має права частина спеціального вигляду?
34. Запишіть вигляд частинного розв'язку лінійного неоднорідного рівняння 2-го в залежності від типу правої частини спеціального вигляду.
35. Як розв'язати лінійне неоднорідне рівняння, якщо права частина не є спеціального вигляду?
36. В чому полягає метод варіації довільної сталої? Яку ще назву має цей метод?
37. Які переваги та недоліки мають метод Лагранжа та метод невизначених коефіцієнтів розв'язання ЛНДР?
38. Дайте означення системи n лінійних диференціальних рівнянь.
39. Яка система n лінійних диференціальних рівнянь з n невідомими називається однорідною (неоднорідною)?
40. Опишіть метод виключення системи лінійних диференціальних рівнянь.

### Додаток 3.

*Перелік тем, які виносяться на семестровий контроль:*

- Диференціальне числення функції кількох змінних: частинні похідні і диференціали першого і вищих порядків.
- Дотична площина і нормаль до поверхні, наближене обчислення за допомогою повного диференціала. Екстремуми функції двох змінних.
- Невизначений інтеграл та основні методи інтегрування: метод внесення під знак диференціала, інтегрування частинами, метод заміни змінної.
- Інтегрування правильних і неправильних дробово-раціональних функцій.
- Інтегрування тригонометричних функцій.
- Інтегрування ірраціональних функцій.
- Обчислення визначених інтегралів.
- Застосування визначених інтегралів: знаходження площ плоских фігур, що обмежені лініями, заданими в декартовій і полярній системах координат; знаходження довжин дуг кривих; об'ємів тіл.
- Обчислення невластивих інтегралів I і II роду.
- Диференціальні рівняння першого порядку: диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, диференціальні рівняння першого порядку однорідні

відносно змінних та рівняння, що до них зводяться, лінійні диференціальні рівняння. рівняння Бернуллі, рівняння в повних диференціалах.

- Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.
- Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами  $n$ -ого порядку. Метод Лагранжа та метод невизначених коефіцієнтів.
- Системи диференціальних рівнянь. Розв'язок нормальної системи методом зведення системи до одного рівняння вищого порядку.

#### Додаток 4.

*Теоретичні питання, що виносяться на екзамен.*

1. Означення функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних.
2. Частинні похідні. Диференційованість функції двох змінних. Похідні складних функцій. Похідна функції заданої неявно.
3. Означення диференціала. Застосування повного диференціала в наближених обчисленнях. Дотична площина і нормаль до поверхні.
4. Частинні похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Екстремуми (локальний, умовний) функції багатьох змінних. Найбільше та найменше значення функції на замкненій області.
5. Первісна та її властивості. Невизначений інтеграл та його властивості. Метод заміни змінної в невизначеному інтегралі. Метод інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій.
6. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. Визначений інтеграл, означення, теорема існування, геометричний зміст. Властивості визначеного інтеграла.
7. Застосування визначеного інтеграла: до обчислення площі плоскої фігури, обчислення об'єму тіла, обчислення площі поверхні тіла обертання.
8. Застосування визначеного інтеграла в механіці. Випадок плоскої кривої. Формули для знаходження маси, статичних моментів, моментів інерції, центра ваги. Перша теорема Гульдена. Випадок плоскої фігури. Формули для знаходження маси, статичних моментів, моментів інерції, центра ваги. Друга теорема Гульдена.
9. Невласні інтеграли першого роду. Означення, теорема існування. Теореми порівняння.
10. Невласні інтеграли другого роду. . Означення, теорема існування. Теореми порівняння.
11. Звичайні диференціальні рівняння. Основні поняття і означення.
12. Диференціальні рівняння першого порядку. з відокремленими змінними, однорідні рівняння, рівняння, що зводяться до однорідних, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння в повних диференціалах.
13. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.
14. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку. Основні поняття. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДР. Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДР. Теорема про суперпозицію функцій.
15. Лінійні однорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.
16. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами і справою частиною спеціального вигляду.
17. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих.
18. Системи звичайних диференціальних рівнянь. Основні поняття. Метод виключення.

#### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

##### Складено

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук

Могильова Вікторія Віталіївна.

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 8 від 05.06. 25)

**Погоджено** Методичною комісією ННІЕЕ (протокол № 30 від 25.06.25 )